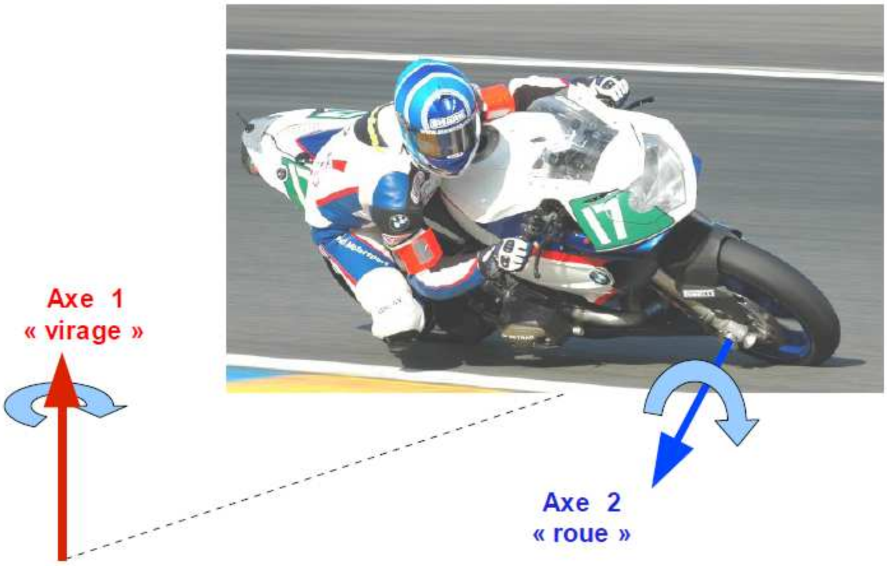
ETUDE DE L'EFFET GYROSCOPIQUE

L'effet gyroscopique apparaît lorsqu'un solide est animé de deux mouvement de rotation aux axes perpendiculaires. L'action mécanique créée, appelée dans le langage courant le « couple gyroscopique », est un moment autour d'un 3ème axe perpendiculaire aux deux premiers. L'objectif de ce TD est de mettre en évidence cette action mécanique induite par le mouvement et les caractéristiques d'inertie des solides.

I - A VOTRE AVIS, DANS QUEL SENS LA MOTO PENCHE ?

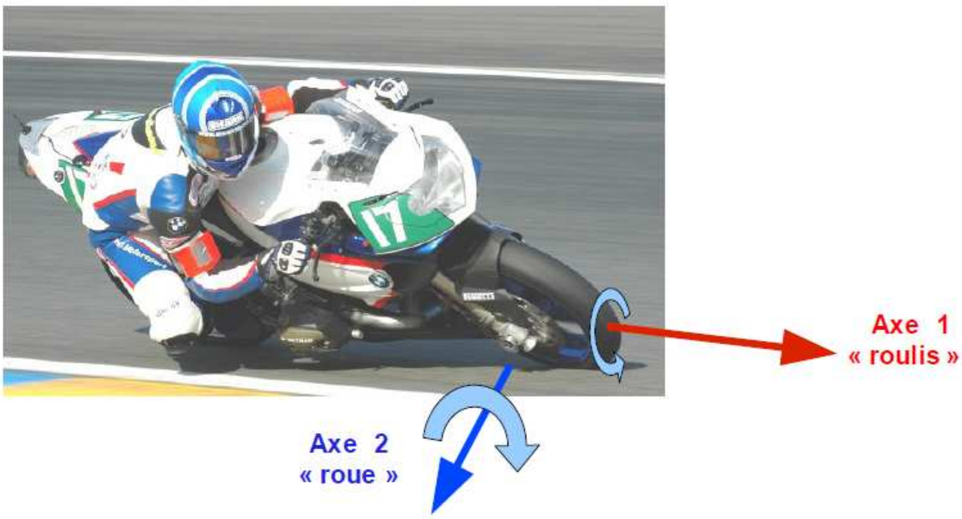
L'effet gyroscopique est un effet très important lors du pilotage d'une moto. Il faut le prendre en compte dans la conduite du véhicule lors d'un virage, lors d'une manœuvre du volant ou lorsque que la moto s'incline.
Dans les 3 cas suivant représenterl'axe autour du quel s'exerce « le couple gyroscopique » ainsi que le sens de ce moment (le sens de la rotation provoquée).

Cas n°1: Effet en virage



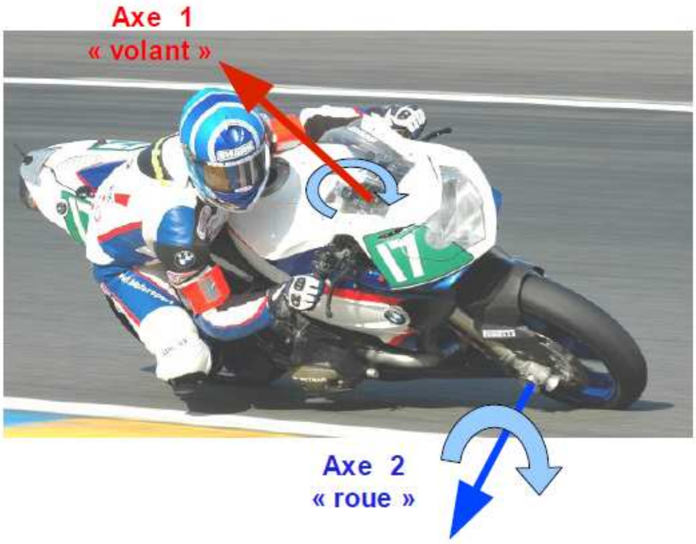
Représenter le 3ème axe autour duquel s'exerce « le couple gyroscopique » ainsi que le sens de la rotation provoquée.

Cas n°2: Effet en inclinaison (roulis)



Représenter le 3ème axe autour duquel s'exerce « le couple gyroscopique » ainsi que le sens de la rotation provoquée.

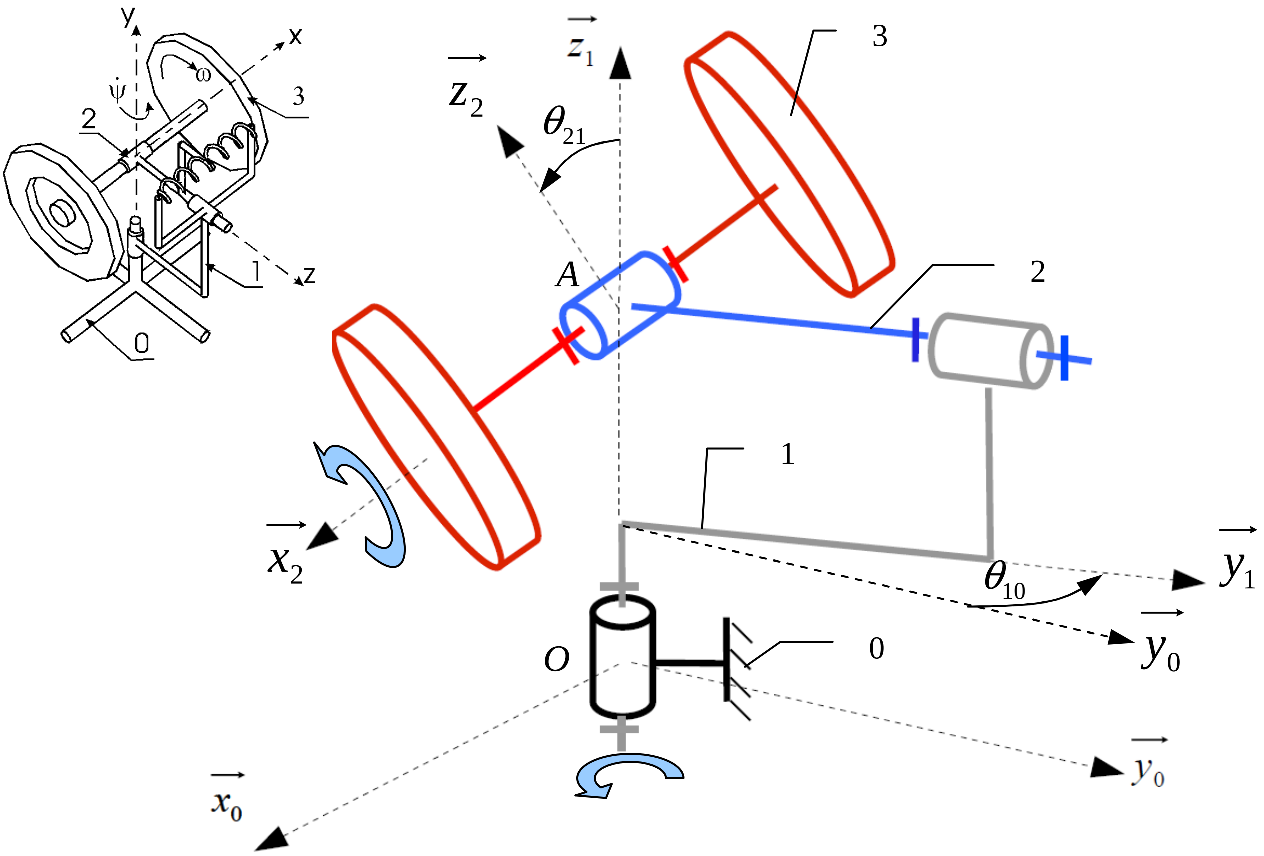
Cas n°3: Effet en manœuvre (rotation du volant)

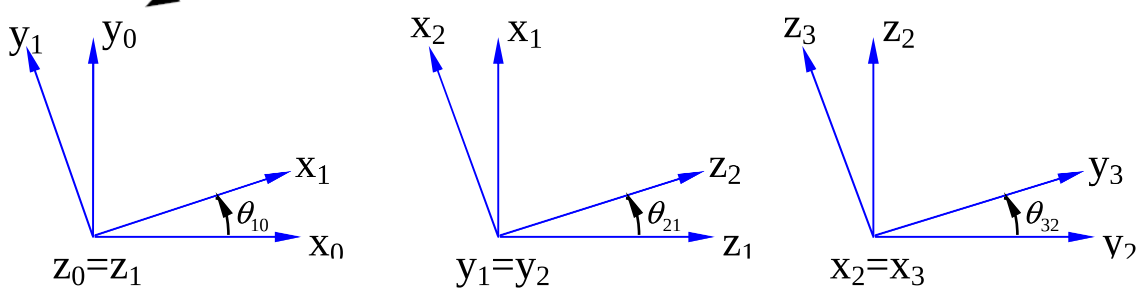


Représenter le 3ème axe autour duquel s'exerce « le couple gyroscopique » ainsi que le sens de la rotation provoquée.

II – MISE EN PLACE DU PROBLEME

Considérons un mécanisme constitué de 3 solides en liaison pivot d'axes perpendiculaires. Le schéma cinématique de ce mécanisme, utilisé pour mesurer des vitesses de rotation, est donné ci-dessous.





SOLIDE	Paramétrage	MATRICE D'INERTIE
1	$R_1 = (O;\vec{x}_1;\vec{y}_1;\vec{z}_1)$ $\left(\overrightarrow{x_0},\overrightarrow{x_1}\right)=\left(\overrightarrow{y_0},\overrightarrow{y_1}\right)=\theta_{10}$ avec $\dot{\theta}_{10} = cste$ >0 Masse m_1, Centre de gravité O	-------------
2	$R_2 = (A;\vec{x}_2;\vec{y}_2;\vec{z}_2)$ $\left(\overrightarrow{z_1},\overrightarrow{z_2}\right)=\left(\overrightarrow{y_1},\overrightarrow{y_2}\right)=\theta_{21}$ avec $\theta_{21} = cste$ Masse m_2, Centre de gravité A avec $\overrightarrow{OA} = d.\overrightarrow{z_1}$	-------------
3	$R_3 = (A;\vec{x}_3;\vec{y}_3;\vec{z}_3)$ $\left(\overrightarrow{z_2},\overrightarrow{z_3}\right)=\left(\overrightarrow{y_2},\overrightarrow{y_3}\right)=\theta_{32}$ avec $\dot{\theta}_{32} = cste$ >0 Masse m_3, Centre de gravité A avec $\overrightarrow{OA} = d.\overrightarrow{z_1}$	$I(A,3)=\begin{bmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & B & 0 \\ 0 & 0 & B \end{bmatrix}_{B3}$ avec A>B

Hypothèses:

– le mouvement de rotation $\dot{\theta}_{32}$ de 3/2 est entretenu par un moteur à vitesse constante;

– le mouvement de rotation $\dot{\theta}_{10}$ de 1/0 est lancée à vitesse constante très inférieure à celle de 3/2 $\dot{\theta}_{32}$;

– le moment dynamique de 2 est donc négligé.

1. Tracer le graphe de liaisons en indiquant les efforts extérieurs appliqués à chaque solide.

2. Indiquer quel(s) solide(s) à isoler, quel théorème écrire (en quel point, sur quel axe...) pour établir l'équation différentielle permettant de déterminer θ_{21}.

3. Calculer le vecteur rotation $\vec{\Omega}(3/0)$ et projeter ce vecteur dans la base $B_3 = (\vec{x}_3;\vec{y}_3;\vec{z}_3)$.

4. Déterminer l'angle d'inclinaison θ_{21} en fonction de la vitesse angulaire $\dot{\theta}_{10}$, de la vitesse angulaire $\dot{\theta}_{32}$ et des moments d'inertie A et B du rotor 3.

III - CONCLUSION

5. A partir de ce résultat, expliquer le comportement de la moto dans les 3 cas étudié dans la partie I.

6. Quelle(s) autre(s) application(s) peut-on proposer de ce phénomène gyroscopique ?